

附录

1. 施武杰老师课题 邮箱 wjshi@suda.edu.cn

例题：素数的个数为无限。

证明：假设素数的个数为有限多，为 k 个： p_1, p_2, \dots, p_k .

把这 k 个素数乘起来，加上 1，得到 n ，即：

$$p_1 * p_2 * \dots * p_k + 1 = n.$$

考虑 n 的素因子，它显然不在 p_1, p_2, \dots, p_k 中，这就与我们的假设矛盾，所以有无限多个素数。

问题一：对无限多个素数 $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots$ (简记为 $p_i, i = 1, 2, \dots, k, \dots$)，能否证明数列 $2 * p_i + 1$ ($i = 1, 2, \dots, k, \dots$) 中为素数的个数也为无限多？比如 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... 是素数序列；是否 $2 * 2 + 1, 2 * 3 + 1, 2 * 5 + 1, 2 * 7 + 1, 2 * 11 + 1, 2 * 13 + 1, 2 * 17 + 1, \dots$ 这样形式的数，其中素数为无限多个？

问题二：类同地，形式为

$2 * p_i - 1, 3 * p_i + 2, 4 * p_i + 1, 4 * p_i - 1, 6 * p_i + 1, 6 * p_i - 1, 8 * p_i - 1$ (其中 p_i 为素数) 中的素数的个数是否有无限多个？

注：只要证明出其中一个序列的素数为无限多个即可。

2. 马纪成老师课题 邮箱 ma_jicheng@hotmail.com

一个图 G 定义为一个二元组 $\langle V, E \rangle$ ，记作 $G = \langle V, E \rangle$ ，其中 V 是非空有限集合，它的元素称为顶点； E 也是有限集合，其元素是 V 中两元素构成的无序二元组的集合，称为边。顶点所具有的边的数目称为该顶

点的度。若图 G 中所有顶点的度均为 k ，则称图 G 为 k -正则图。

问题：当图 G 为 3-正则图，且直径为 5 时，图 G 中最多包含多少个顶点？

注：1.该问题是“图与直径问题”的特殊情况。

2.参考网址：

<https://www.beichengjiu.com/mathematics/170703.html>

http://combinatoricswiki.org/wiki/The_Degree_Diameter_Problem_for_General_Graphs

3. 此问题只能独立一个人完成

3. 郭吉波老师课题 邮箱 358256146@qq.com

问题一：重庆 2019 年 GDP 发展研究

重庆市 2018 年实现地区生产总值 20363.19 亿元，同比增长 6.0%，2019 年重庆市政府的目标是在 2018 年的基础上增长 6%，根据历史数据分析重庆市政府能够实现地区生产总值增长 6%吗？

注：1. 数据文件可以查阅重庆统计年鉴或者中国统计年鉴（1980–2018 年的数据）。

2. 基础课程：高等数学、线性代数、概率论与数理统计、多元回归分析、金融时间序列分析、计量经济学

3. 软件：R、Eviews、SPSS 会其中一种。

4. 建议大三的学生选择此题

问题二：岭估计中岭参数的选择问题

对于多元线性回归模型，对于多重共线性问题经常会遇到，常见的有两种克服多重共线性的方法，一种是逐步回归，另外一种为岭回归。但是在运用岭回归的时候，其中岭参数的选择非常重要，文献中已经给出了一些选择的方法，但这些方法有时候在实际数据分析的时候仍然有问题，请提出新的方法来选择岭参数，同时利用例子或者模拟来说明？

注：1. 岭参数的选择使得岭估计的均方误差比最小二乘估计的均方误差小。

2. 详细背景知识参考：计量经济学第四版，李子奈

3. 基础课程：高等数学、线性代数、概率论与数理统计、多元回归分析、计量经济学

4. 数据文件可以自己选择一个具有多重共线性的例子

5. 相关文献

B. M. G. Kibria, "Performance of some new ridge regression estimators," *Communications in Statistics. Simulation and Computation* vol. 32, no. 2, pp. 419–435, 2003.

B. M. G. Kibria, K. M^oansson, and G. Shukur, "Performance of some logistic ridge regression estimators," *Computational Economics*, vol. 40, pp. 401–414, 2011

S. Najarian, M. Arashi, and B. M. G. Kibria, "A simulation study on some restricted ridge regression estimators," *Communications in*

Statistics. Simulation and Computation, vol. 42, no. 4, pp. 871–890, 2013.

6. 建议大三的学生选择此题

4. 李金宝老师课题 邮箱 leejinbao25@hotmail.com

设 p 是一个素数（也称为质数）且 $p \geq 5$ ， n 为一个正整数且 $n \geq 3$ 。

设

$$\Phi_n(p) = (p^n - 1)(p^{n-1} - 1)(p^{n-2} - 1) \cdots (p^2 - 1)(p - 1)。$$

讨论 $\Phi_n(p)$ 中最大素因子的分布规律。

注：最大素因子是指能整除 $\Phi_n(p)$ 的最大素数。

5. 李明华老师课题 邮箱 minghuali20021848@163.com

乘子法是将罚函数法和 Lagrange 函数结合起来，构造出一种辅助函数，从而利用该辅助函数将约束优化问题和无约束优化问题建立了联系。

问题：针对如下等式约束问题：

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s.t. } h(x) = 0 \end{aligned}$$

- (1) 通过乘子法的辅助函数，推导出相应的最优性条件；
- (2) 阐述该问题的乘子法，并给出 Matlab 程序和相关算例。

注：参考文献：

- (1) 最优化方法，王开荣，科学出版社，2012.
- (2) 最优化理论与方法，袁亚湘、孙文瑜，科学出版社，1997.

(3) 最优化方法与程序设计, 倪勤, 科学出版社, 2009.

6. 聂智老师课题 邮箱 523580813@qq.com

具有某方向 v 的度量 f 的旋转曲面的曲率及其保形性

注:

1. 能看懂微分几何, 以及黎曼几何基本图形认识的才能选。
2. 关注点: 度量, 高斯曲率, 平均曲率。
3. v 可以特殊化为转轴方向, 及其垂直方向; f 特殊化可以为常量或特殊变量。

7. 张增乐老师课题 邮箱 zhangzengle128@163.com

问题: 设 f 是周期为 2π 的连续函数, 若 $\int_0^{2\pi} f(t)dt = 0$, 证明:

$$\int_0^{2\pi} [f'(t)]^2 dt \geq \int_0^{2\pi} [f(t)]^2 dt,$$

且等号成立当且仅当 $f(t) = a \cos t + b \sin t$, 其中 a, b 是常数.

进一步, 利用上述结果证明以下定理:

设平面封闭曲线 C 的长度为 L , C 所围成的区域的面积为 A , 则有

$$L^2 - 4\pi A \geq 0,$$

且等号成立当且仅当 C 是一个圆.

8. 张伶俐老师课题 邮箱 evralingli@yeah.net

题目: 基于图像处理软件的大数据图像获取与应用研究

背景：随着互联网的快速发展以及计算机的广泛普及，数字图像的获取也变得越来越容易；因此，可用的数字图像正快速地增长并且在越来越多的行业中得到应用；图像处理是一种辅助用户高效地获取期望图像的方法，同时也是很多与图像相关的人机交互系统取得成功的基础，如图像去噪、图像复原、图像增强、图像分类等。

现有的方法大多不能够在处理噪声的同时保持图像的结构细节，这会影响技术人员的无损检测和医务人员的医疗诊断。因此，我们研究大数据图像的获取，以便后面图像处理中利用当前获取的大数据图像，采用机器学习方法构建网络架构实现当前目标的合理处理。

9. 兰尧尧老师课题 [邮箱 1120858250@qq.com](mailto:1120858250@qq.com)

题目：指数函数与对数函数的定义研究

研究背景

对于指数函数与对数函数，在中学阶段我们就已经非常熟悉。在中学学习指数函数与对数函数的定义时，你是否有过疑问——它们为何会呈现出这样的解析表达式？它们从哪里来？除了用来考试解题之外，还有什么用处？通过此次研究，希望能解决部分上述疑惑。

在学习了微积分理论与级数理论之后，我们知道有以下等式成立：

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

事实上，上述级数展开式正是指数函数的严格定义。

于是，我们可以从这个以级数给出的定义出发，讨论指数函数的

性质,如基本运算、极限、导数等,还可得到自然对数 e 的自然定义。

更进一步,利用指数函数的逆映射(反函数)得出对数函数的性质。

备注:需要具备扎实的微积分与级数理论知识。所涉及的课程有《数学分析》或《高等数学》。

10.赵恒军老师课题 邮箱 zhj.zhao@cqwu.edu.cn

元芳,你怎么“看”?

在图像的获取、处理、传输和记录的过程中,光学成像系统的不均匀曝光、成像过程中的机械系统抖动、各种图像压缩方法(有损压缩)和传输过程中随机噪声的污染等因素,都会降低图像质量,并对各种图像分析和处理任务的顺利完成造成严重影响。影响图像质量的因素很多,清晰度是其中的一个非常重要的因素。清晰度高的图像包含了较丰富的细节信息,更利于对图像进行,如图像分割、图像理解和图像跟踪等相关处理。成像过程中产生的模糊是导致图像清晰度下降的主要原因。模糊造成图像的结构不清晰,并同时导致大量图像细节信息的丢失。在光学成像系统中,成像时聚焦不准导致的失焦模糊是最主要的图像模糊方式。准确评价图像的清晰程度,对于准确衡量图像中包含信息量的多少,以及在对图像进行进一步信息提取之前是否需要图像进行增强等预处理是非常重要的步骤。

对于如下的两幅图像,人可以很容易地判断子图像 1 清晰、子图像 2 模糊。通过人眼评价图像的清晰度,虽然准确度高,但也面临着成本高、效率低等致命缺点。开发与人眼判断相一致的计算机清晰度

评价算法，实现低成本、高效率、高准确度地自动评价图像清晰度，具有极大的应用价值。但现有的清晰度评价算法的准确度，却不尽如人意。



图 1. 不同清晰程度的图像

由于图像内容较多、图像尺寸较大，清晰度评价算法的一般流程为：（1）将图像分成一定尺寸的子图像块，并依次评价每个小图像块的清晰程度；（2）将各个子图像块的清晰程度，凝聚为最终的整图的清晰程度指标。

现有的将各子图像块清晰程度凝聚为最终的整图的清晰程度指标的方案主要为：（1）极大值池化方案：将所有子图块的清晰程度指标进行排序，然后将最大的前 1% 的指标的均值，作为最终的整图清晰程度；（2）加权方案：将所有子图块的清晰程度进行排序后，按照一定的规律，对排序后的清晰程度指标求加权均值，并将最终的加权均值作为最终的整图指标。

请你构造一种新的将各子图块清晰程度凝聚为最终的整图的清晰程度指标的方案，并通过 MATLAB 代码验证你所设计的方案的有效性。

实验数据、部分相关 MATLAB 代码及代码说明，将通过
zhhj.zhao@cqwu.edu.cn 发送。